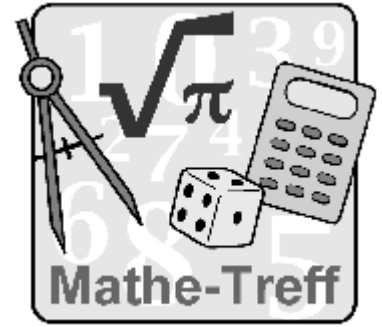


**Mathetreff: Lösungen zu den Knobelaufgaben für die Klassen 5 und 6
September-Oktober 2004**



Aufgabe 1

Ein genialer Fehler

Allgemein: $\frac{10x+y}{10y+z}$ mit $x, y, z \in \mathbb{N}$ und $1 < x < 9$; $1 < y < 9$; $1 < z < 9$.

Das Streichen der beiden Ziffern im Zähler und Nenner bedeutet: $\frac{10x+y}{10y+z} = \frac{x}{y}$

$$\Rightarrow 9xz = y(10x-z) \quad *)$$

\Rightarrow rechte Seite durch 9 teilbar

$\Rightarrow y$ oder $(10-z)$ durch 9 oder beides durch 3 teilbar

$y = 3$ oder $y = 6$ oder $y = 9$

Für $y=3$ gilt $z = \frac{10}{3 + \frac{1}{x}}$, Gleichung hat nur für $x=3$ ganzzahlige positive Lösung

$z=3 \Rightarrow x=y=z=3$ trivial.

Für $y=6$ gilt $z = \frac{20}{3 + \frac{2}{x}}$, mit $x=1$ gilt $z=4$; mit $x=2$ gilt $z=5$, mit $x=6$ gilt $\Rightarrow x=y=z=6$ trivial.

Für $y=9$ gilt $z = \frac{10}{1 + \frac{1}{x}}$, für $x=1$ gilt $z=5$; mit $x=4$ gilt $z=8$.

Falls $(10x-z)$ durch 9 teilbar

$\Rightarrow (10x-z)$ Vielfaches von 9; nur für $x=z$ möglich \Rightarrow mit *) $x=y=z$ trivial

also $\frac{19}{95}$, $\frac{26}{65}$, $\frac{49}{98}$ und $\frac{16}{64}$ mit ihren reziproken Werten $\frac{95}{19}$, $\frac{65}{26}$, $\frac{98}{49}$ und $\frac{64}{16}$

Aufgabe 2

Eurozauber

Das erste Säckchen enthält einen Euro, das zweite 2, das dritte vier, das vierte 8 usw. Damit lassen sich alle Beträge in ganzen Euro von 1 bis 1023 darstellen, ohne dass ein Beutel geöffnet werden müsste.

Aufgabe 3

Sommerferien

Janosch benötigt 30 min von zu Hause bis zum Ferienzentrum. Janina hingegen braucht für den gleichen Weg nur 20 min. Wenn Janosch 5 min eher von zu Hause weggeht, dann hat er nach 15 min die Hälfte des Weges geschafft. Da Janina erst 10 min gelaufen ist, hat sie aber auch schon die Hälfte des Weges zurückgelegt. D.h. Janina holt Janosch nach 10 min ein.